

群桩沉降计算理论分析

何思明, 卢国胜, 廖祖伟

(西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 基于 Geddes 应力解, 并根据叠加原理计算群桩内任意点处的三向应力, 采用基于 Duncen-Chang 本构模型的修正分层总和法计算群桩内任意点处的沉降量, 最后, 根据基点法^[1]和群桩基础荷载、变形协调关系建立方程, 从而, 最终获得群桩的沉降计算。该理论较常规弹性理论方法计算群桩沉降有较大的改进, 具体体现在以下几个方面: (1) 考虑了群桩中地基土的三向应力分布对群桩沉降计算的影响; (2) 考虑了土体本构模型 (Duncen-Chang 弹性非线性本构模型), 因而, 能计及土体非线性特性对群桩沉降的影响; (3) 采用修正分层总和法理论, 能考虑土体成层分布特性以及侧向变形对单桩沉降计算的影响。

关 键 词: 群桩; 沉降计算; Geddes 应力解; 修正分层总和法

中图分类号: TU 472 **文献标识码:** A

Analysis of settlement of group piles

HE Si-ming, LU Guo-sheng, LIAO Zu-wei

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Based on Geddes stress solution, calculating 3-D stress of arbitrary point in group piles according to superposition principle, and based on Duncen-Chang constitutive model, to calculate settlement of arbitrary point in group piles according modified layered summation. Then, establishing set of equations according to basic point method^[1] and coordinative relationship of loading and deformation of group piles foundation, to obtain the loading-settlement relationship of group piles. To compare with general method based on Geddes stress solution, three parts have been improved, they are as followings: (1) adopting Geddes 3-D stress solution, its effect on settlement of group piles can be calculated; (2) the constitutive model (Duncen-Chang model) is used to study the settlement of pile, the nonlinear character of soil can be considered; (3) using modify layered summation, the layer character and lateral deformation of soil can be computed. Therefore, the method that proposed in this paper is more perfect in theory, amount calculation is moderate and apply to engineering practice.

Key words: group piles; settlement calculation; Geddes stress solution; modified layered-summation method

1 前 言

群桩基础沉降计算一直是岩土工程研究的重点和难点, 特别是在以承载力和变形共同控制设计的今天, 正确预测群桩沉降显得越来越重要。目前, 群桩沉降计算的主要方法有弹性理论方法^[1, 2]、剪切位移法^[3]、简易理论方法^[4, 5]以及实体深基础方法等。这些方法中, 简易理论法和实体深基础法是半经验、半理论方法。由于剪切位移法计算参数不易确定, 在国内很少使用。弹性理论方法, 比如上海

市政建设规范《地基基础设计规范》(DGJ08-11-1999) 建议的群桩沉降计算方法, 这种方法, 首先, 根据 Geddes 应力解, 通过简单叠加计算群桩荷载在地基中产生的竖向附加应力; 然后, 再按分层总和法计算沉降。该法在理论上较为完善, 计算结果也较合理, 能够考虑桩与桩、桩土之间的相互影响以及群桩中桩数、桩间距、不规则布桩、不同桩长等因素对群桩沉降的影响。本文的计算方法也属弹性理论方法, 但与上述方法相比, 作了较大的改进, 具体体现在以下几个方面: (1) 考虑了

收稿日期: 2002-04-01

中国科学院知识创新工程项目: 进藏东线典型路段泥石流、滑坡减灾理论与关键技术研究 (编号: KZCX2-306)

作者简介: 何思明, 男, 1968 年生, 高级工程师, 博士生, 从事岩土工程设计与施工、科研及咨询工作。

群桩中地基土的三向应力分布对群桩沉降计算的影响；(2) 考虑了土体本构模型 (Duncan-Chang 非线性本构模型)，因而，能计及土体非线性特性对群桩沉降的影响；(3) 采用修正分层总和方法理论，能考虑土体成层分布特性以及侧向变形对单桩沉降计算的影响。因而，在理论上更为成熟，计算结果也更为合理。

2 Geddes 应力解

Geddes 假设，单桩在桩顶竖向荷载作用下，其大小由桩侧和桩端分担，其中，侧向阻力部分又可分解成两部分^[6]：其一为沿桩侧呈矩形均匀分布的侧阻力；其二是沿桩侧呈正三角分布的侧阻力（见图 1）。

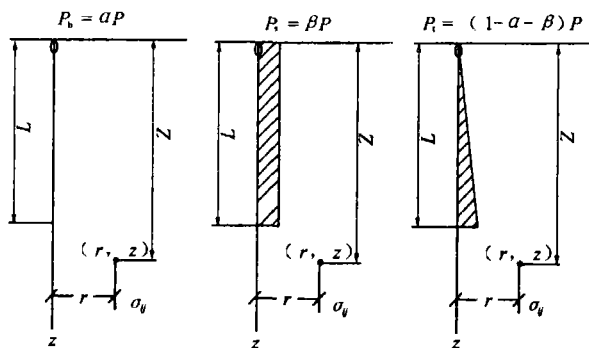


图 1 单桩的荷载分解图

Fig.1 Load distribution of single pile

图 1 中桩端荷载为： $P_b = \alpha P$ ；桩侧矩形分布荷载设为： $P_s = \beta P$ ；桩侧三角形分布荷载则为： $P_t = (1 - \alpha - \beta)P$ 。其中， α ， β 分别为桩端阻力、桩侧均布阻力的荷载分配系数。

在三种荷载作用下，假设土体为弹性体，运用叠加原理可计算在土体内任意点处的三向附加应力。由于结构的对称性，在柱坐标系下，仅有 4 个应力分量即： σ_r ， σ_z ， σ_θ 及 τ_{rz} ，其余分量为零。故在柱坐标系下土体内任意点 (r, z, θ) 的三向附加应力可按下列公式计算：

$$\sigma_r = \sigma_{rb} + \sigma_{rs} + \sigma_{rt} = \left(\frac{P_b}{L^2}\right)I_{rb} + \left(\frac{P_s}{L^2}\right)I_{rs} + \left(\frac{P_t}{L^2}\right)I_{rt} \quad (1)$$

$$\sigma_z = \sigma_{zb} + \sigma_{zs} + \sigma_{zt} = \left(\frac{P_b}{L^2}\right)I_{zb} + \left(\frac{P_s}{L^2}\right)I_{zs} + \left(\frac{P_t}{L^2}\right)I_{zt} \quad (2)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{\theta b} + \sigma_{\theta s} + \sigma_{\theta t} = \left(\frac{P_b}{L^2}\right)I_{\theta b} + \left(\frac{P_s}{L^2}\right)I_{\theta s} + \left(\frac{P_t}{L^2}\right)I_{\theta t} \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{rb} + \tau_{rs} + \tau_{rt} = \left(\frac{P_b}{L^2}\right)I_{rb} + \left(\frac{P_s}{L^2}\right)I_{rs} + \left(\frac{P_t}{L^2}\right)I_{rt} \quad (4)$$

式中 L 为单桩桩长； P_b ， P_s ， P_t 分别为单桩桩端分担的荷载、桩侧分担的矩形均布侧阻力和桩侧分

担的三角形分布的侧阻力； I_{rb} ， I_{rs} ， I_{rt} 分别为上述对应荷载下土体任意点的（下同）竖向附加应力系数； I_{rb} ， I_{rs} ， I_{rt} 均为 r 向附加应力系数； $I_{\theta b}$ ， $I_{\theta s}$ ， $I_{\theta t}$ 均为 θ 向附加应力系数； I_{rb} ， I_{rs} ， I_{rt} 均为附加剪应力系数。

公式中的附加应力影响系数可根据 Geddes 应力公式计算。Geddes 根据 Mindlin 应力解推导了上述三种荷载作用下轴线及非轴线位置处土体中的应力分布系数公式。由于公式比较复杂，在此不便一一列出，仅给出矩形均布侧阻力荷载作用下土体中任意点（见图 2）的附加应力系数计算公式，其余公式请参考文献[6]或文献[7]。

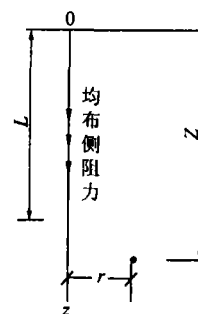


图 2 均布矩形侧阻力下应力计算简图

Fig.2 Stress calculation figure for rectangular distribution of lateral resistance of single pile

$$I_{zs} = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{2(2-\nu)}{A} + \frac{2(2-\nu)+2(1-2\nu)\frac{m}{n}\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{n}\right)}{B} - \frac{2(1-2\nu)\left(\frac{m}{n}\right)^2}{F} + \frac{n^2}{A^3} + \frac{4m^2-4(1+\nu)\left(\frac{m}{n}\right)^2 m^2}{F^3} + \frac{4m(1+\nu)(m+1)\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{n}\right)^2 - (4m^2+n^2)}{B^3} + \frac{6m^2\left(\frac{m^4-n^4}{n^2}\right)}{F^5} + \frac{6m\left[mn^2-\frac{1}{n^2}(m+1)^5\right]}{B^5} \right] \quad (5)$$

$$I_{rs} = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)}{A} + \frac{(7-2\nu)-12(1-\nu)\frac{m}{n}\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{n}\right)}{B} - \frac{4(2-\nu)-12(1-\nu)\left(\frac{m}{n}\right)^2}{F} + \frac{n^2}{A^3} + \frac{4n^2-2m^2+2(1+2\nu)\left(\frac{m}{n}\right)^2 m^2}{F^3} - \frac{3n^2-2m^2+2(1+2\nu)\frac{m}{n}(m+1)^2\left(\frac{m}{n}+\frac{1}{n}\right)}{B^3} + \right]$$

$$\frac{6 \left[n^2 m^2 - m^4 \left(\frac{m}{n} \right)^2 \right]}{F^5} + \frac{6 \left[\frac{m}{n} (m+1)^4 \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right) - m^2 n^2 \right]}{B^5} + 4(1-\nu)(1-2\nu) \left(\frac{1}{F+m} - \frac{1}{B+m+1} \right) \quad (6)$$

$$I_{\theta_s} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)}{A} + \frac{2(1-2\nu)^2 - 6(1-2\nu) \left(\frac{m}{n} \right)^2 - 6}{F} + \frac{6 - (1-2\nu)(3-4\nu) + 6(1-2\nu) \frac{m}{n} \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right)}{B} + \frac{2m^2 - 4\nu m^2 + 2(1+2\nu) \frac{m}{n} (m+1)^2 \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right)}{B^3} + \frac{4\nu n^2 - 2m^2 - 2(1+2\nu) \left(\frac{m}{n} \right)^2}{F^3} - 4(1-\nu)(1-2\nu) \left(\frac{1}{F+m} - \frac{1}{m+B+1} \right) \right] \quad (7)$$

$$I_{rs} = \frac{-n}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu) \frac{1}{n} \left(\frac{m}{n} - \frac{1}{n} \right)}{A} + \frac{(m-1) \left(\frac{m}{n} - \frac{1}{n} \right)^2}{A^3} + \frac{(1-2\nu) \frac{1}{n} \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right) - \frac{6}{n} \left(\frac{m}{n} \right)^2 \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right)}{B} + \frac{12m - 4\nu m + (m+1)^3 \left[\left(\frac{1}{n} \right)^2 + 12 \frac{m^2}{n^4} \right]}{B^3} + \frac{6 \left(\frac{m}{n} \right)^2 (m+1)^3 \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n} \right)^2 + 6mn^2}{B^5} + \frac{6 \left(\frac{m}{n} \right)^3 \left(\frac{1}{n} \right) - 2(1-2\nu) \frac{m}{n^2}}{F} + \frac{4\nu m - 12m - m^3 \left(\frac{3}{n^2} + 12 \frac{m^2}{n^4} \right)}{F^3} + \frac{6mn^2 + 6m^3 \left(\frac{m}{n} \right)^4}{F^5} \right] \quad (8)$$

在轴线上, $m > 0$ 时, 上式可简化为

$$I_{rs} = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{4(1-\nu)}{m} - \frac{2(2-\nu)}{m-1} + \frac{2(2-\nu)}{m+1} + \frac{4m(2-\nu)}{(m+1)^2} - \frac{4m^2}{(m+1)^3} \right] \quad (9)$$

$$I_{rs} = I_{\theta_s} = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{2+2\nu(1-2\nu)}{m} - \frac{(1-2\nu)}{m-1} + \frac{6-(1-2\nu)^2}{m+1} - \frac{6m}{(m+1)^2} + \frac{2m^2}{(m+1)^3} \right] \quad (10)$$

$$I_{rs} = 0 \quad (11)$$

式(5)~(11)中 $n=r/L$, $m=z/L$, $I_{rs}=0$, $I_{\theta_s}=0$, $A^2=n^2+(m-1)^2$, $B^2=n^2+(m+1)^2$, $F^2=A^2+B^2$, L 为桩长。

有了以上附加应力系数计算公式, 单桩在轴向荷载作用下, 土体内任意点处的三向应力就确定了, 再根据弹性理论公式就能确定土体内任意点处的三个主应力及主方向, 具体计算过程参见文献[8]。

3 群桩内任意点应力计算

考虑如图3所示的群桩基础, 在外荷载作用下, 假设其荷载完全由桩承担, 设第 i 根桩分担的荷载为 P_i , 其中桩端承担的荷载设为: $(P_b)_i = \alpha_i P_i$; 桩侧矩形分布荷载设为: $(P_s)_i = \beta_i P_i$; 桩侧三角形分布

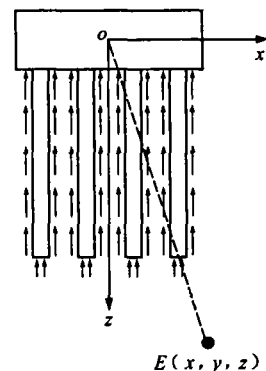


图3 群桩基础任意点处附加应力计算

Fig.3 Calculation of stress of arbitrary point in group piles foundation

布荷载则为: $(P_t)_i = (1-\alpha_i-\beta_i)P_i$ 。其中, α_i , β_i 分别为第 i 根桩桩端阻力、桩侧均布阻力的荷载分配系数。利用 Geddes 应力解并根据叠加原理可以计算出群桩内任意点处的应力状态。

$$\sigma_r = \sum_{i=1}^n [(\sigma_{rb})_i + (\sigma_{rs})_i + (\sigma_{rt})_i] =$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{(P_b)_i}{L_i^2} \right) (I_{rb})_i + \left(\frac{(P_s)_i}{L_i^2} \right) (I_{rs})_i + \left(\frac{(P_t)_i}{L_i^2} \right) (I_{rt})_i \right] \quad (12)$$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n [(\sigma_{zb})_i + (\sigma_{zs})_i + (\sigma_{zt})_i] =$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{(P_b)_i}{L_i^2} \right) (I_{zb})_i + \left(\frac{(P_s)_i}{L_i^2} \right) (I_{zs})_i + \left(\frac{(P_t)_i}{L_i^2} \right) (I_{zt})_i \right] \quad (13)$$

$$\sigma_{\theta} = \sum_{i=1}^n [(\sigma_{\theta b})_i + (\sigma_{\theta s})_i + (\sigma_{\theta t})_i] = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{(P_b)_i}{L_i^2} \right) (I_{\theta b})_i + \left(\frac{(P_s)_i}{L_i^2} \right) (I_{\theta s})_i + \left(\frac{(P_t)_i}{L_i^2} \right) (I_{\theta t})_i \right] \quad (14)$$

$$\tau_{rs} = \sum_{i=1}^n [(\tau_{rsb})_i + (\tau_{rs s})_i + (\tau_{rs t})_i] = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{(P_b)_i}{L_i^2} \right) (I_{rsb})_i + \left(\frac{(P_s)_i}{L_i^2} \right) (I_{rs s})_i + \left(\frac{(P_t)_i}{L_i^2} \right) (I_{rs t})_i \right] \quad (15)$$

式中 n 为群桩基础桩数; L_i 为第 i 根桩桩长; $(P_b)_i$, $(P_s)_i$, $(P_t)_i$ 分别为第 i 根桩桩端分担的荷载、桩侧分担的矩形均布侧阻力和桩侧三角形分布的侧阻力; $(I_{\theta b})_i$, $(I_{\theta s})_i$, $(I_{\theta t})_i$ 分别为第 i 根桩端分担荷载、桩侧矩形分布侧阻力荷载和桩侧三角形分布侧阻力荷载作用下, 在群桩基础内任意点处引起的竖向附加应力系数; $(I_{rsb})_i$, $(I_{rs s})_i$, $(I_{rs t})_i$ 分别为上述相对荷载作用下的任意点处引起的 r 向附加应力系数; $(I_{\theta b})_i$, $(I_{\theta s})_i$, $(I_{\theta t})_i$ 均为 θ 向附加应力系数; $(I_{rsb})_i$, $(I_{rs s})_i$, $(I_{rs t})_i$ 均为附加剪应力系数。

4 土的 Duncen-Chang 本构模型

Konder 等发现, 在三轴试验中, 主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 与轴向应变 ε_a 符合双曲线关系:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_a}{a + b\varepsilon_a} \quad (16)$$

式中 a , b 为材料常数。

土体弹性模量按下式计算:

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_a} = \frac{a}{(a + b\varepsilon_a)^2} \quad (17)$$

经整理得

$$E_t = \left(1 - R_f \frac{(1 - \sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right)^2 KP_s \left(\frac{\sigma_3}{P_s} \right)^n \quad (18)$$

式中 R_f 为土的破坏比; c , φ 分别为土的内聚力和内摩擦角; K , n 为试验参数。

土的切线泊松比按下式计算:

$$\mu_t = \frac{G - F \lg(\sigma_3/P_s)}{(1 - A)^2} \quad (19)$$

其中:

$$A = \frac{D(\sigma_1 - \sigma_3)}{(1 - R_f \frac{(1 - \sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}) KP_s \left(\frac{\sigma_3}{P_s} \right)^n} \quad (20)$$

式中 D , G , F 为试验参数。

试验确定了土层的 Duncen-Chang 模型的 8 个

参数后, 只要知道任意点处的主应力, 就可按模型计算其切线模量和切线泊松比。这些公式将在下一节中用修正分层总和法计算地基变形时使用。

5 修正分层总和法

笔者在文献[9]中提出所谓“修正分层总和法”用于计算地基沉降。其基本原理如下:

首先, 将地基划分为 N 层; 计算基础中心铅直线上每一土层厚度中点处的三向应力, 并计算对应的主应力和主方向; 根据土的 Duncen-Chang 本构关系计算对应的主应变; 根据坐标变换计算垂直方向的应变; 将各层对应的竖向应变与其厚度相乘就得到各层的沉降; 各层沉降之和即为地基沉降。笔者又进一步给出了基于弹塑性理论的修正分层总和法, 以考虑塑性变形对地基变形的影响。在本文中, 采用基于弹性非线性理论的修正分层总和法。

具体步骤如下 (图 4):

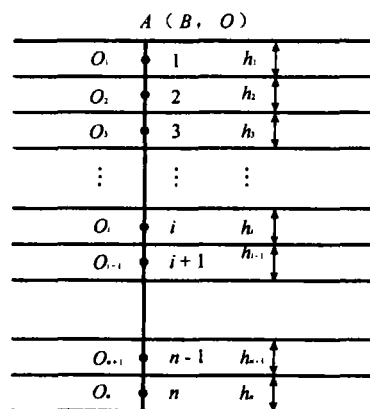


图4 修正分层总和法计算图

Fig.4 Calculation figure for modified layered summation

(1) 将基底土划分为 N 层, 每一层的厚度为 h_i , 要求土层的分界面为土层的划分线, 土层厚度宜为 2 m 左右, 地基计算深度按照地基规范处理, 但对于附加应力变化大的区域应增加分层数, 分层厚度宜取 0.5 m 左右;

(2) 根据基于 Geddes 应力解的叠加式 (12) ~

(15) 计算群桩土体内各分层土层厚度中点处的三向应力, 经过坐标变换求得相应点处直角坐标系下的三向应力 $(\sigma_x)_i$, $(\sigma_y)_i$, $(\sigma_z)_i$, $(\tau_{xy})_i$, $(\tau_{yz})_i$, $(\tau_{zx})_i$; 根据弹性理论公式计算每一分层中点处的三个主应力 $(\sigma_1)_i$, $(\sigma_2)_i$, $(\sigma_3)_i$, ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)。

(3) 取各土层原状土样做室内三轴试验, 求出各土层的主要物理力学指标, 包括: γ , c , φ , R_f , k , n , G_i 等;

(4) 根据 Duncen-Chang 本构模型公式 (17) 与式 (18), 计算各自应力水平下的切线模量和切线

泊松比;

(5) 根据如下公式计算出各土层对应的竖向应变:

$$(\varepsilon_z)_i = \frac{1}{(E_z)_i} \{ (\sigma_z)_i - (\mu_z)_i [(\sigma_r)_i + (\sigma_\theta)_i] \} \quad (21)$$

(6) 由式(21)求出的竖向应变与各分层厚度的乘积作为各土层对应的沉降值:

$$(s)_i = (\varepsilon_z)_i h_i \quad (22)$$

(7) 各土层的沉降之和即为地基相应荷载下的总沉降:

$$s = \sum_{i=1}^N (s)_i \quad (23)$$

(8) 计算层厚度按下式确定:

$$\frac{(s)_{N+1}}{\sum_{i=1}^N (s)_i} \leq \delta \quad (24)$$

式中 δ 为沉降精度控制小量, 一般定为 1~3%, 可根据工程精度需要设定。

根据第3节方法计算出群桩基础内任意点处的三向附加应力, 再按照上述修正分层总和法就可以计算外荷载作用下, 群桩基础内任意点处的沉降量。

6 荷载分配系数确定

求解荷载分配系数 α_i , β_i 是计算桩基础沉降的关键步骤^[1]。求解荷载分配系数的理论依据是: 桩的竖向位移与周围土体的压缩变形相互协调。一般作法是: 对刚性桩, 在桩身任取两点 $A_i(0, a_i)$, $B_i(0, b_i)$ (见图5), 并令此两点沉降与周围土体一致, 解一代数方程组, 即可求出荷载分配系数 α_i ,

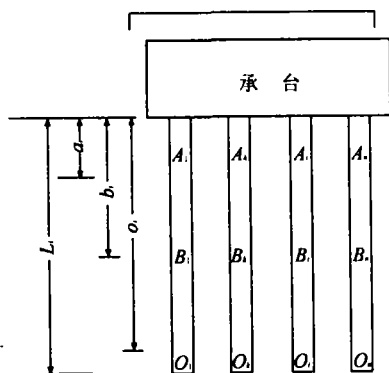


图5 基点法计算荷载分配系数

Fig.5 Load distribution coefficient based on basic point

杨敏^[1]建议了一种新方法来计算荷载分配系数 α_i , β_i 。引入基点代替桩端点, 从而, 有效地避免了桩端点极点的影响。任取桩身两点 $A_i(0, a_i)$,

$B_i(0, b_i)$ 以及基点 $O_i(0, o_i)$ (如图5), 当然, 对于群桩基础来说, A_i , B_i , O_i 三点可以分别定在各桩同一水平位置上, 也可以不在同一水平位置, 为计算简单, 本文将分别定在各桩相同水平位置上。假设桩土之间不存在滑移, 则 A_i , B_i , O_i 三点沉降与周围土体对应处的土体沉降量相等。其中, 与 A_i , B_i , O_i 三点相对应的土体沉降按上节介绍的基于 Duncen-Chang 本构模型的修正分层总和法计算。

(1) 当桩为刚性桩时, A_i , B_i , O_i 三点沉降满足如下关系式:

$$s_{A_i} = s_{B_i} = s_{O_i} \quad (25)$$

(2) 当桩为可压缩桩时, A_i , B_i , O_i 三点沉降满足如下关系式:

$$s_A = s_{AOC} + s_O \quad (26)$$

其中:

$$s_{AOC} = P / (E_p A_p) \left[(o-a) - \beta(o^2 - a^2) / 2L - (1-\alpha-\beta)(o^3 - a^3) / 3L^2 \right] \quad (27)$$

$$s_B = s_{BOC} + s_O \quad (28)$$

其中:

$$s_{BOC} = P / (E_p A_p) \left[(o-b) - \beta(o^2 - b^2) / 2L - (1-\alpha-\beta)(o^3 - b^3) / 3L^2 \right] \quad (29)$$

式中 P_i 为第 i 根桩顶荷载; E_{p_i} 为第 i 根桩桩身变形模量; A_{p_i} 为第 i 根桩截面积; 其余符号同上。

无论是刚性桩, 还是可压缩桩, 均可根据式(25)~(29)建立 $2n$ 个方程。

7 群桩整体分析

以上述几节内容为基础, 现对群桩基础进行整体分析。首先, 考虑未知数数目。未知参数包括各桩(设群桩有 n 根桩)荷载分配系数 α_i , β_i ($2n$ 个)、各桩承担的荷载 P_i (n 个)和对应的沉降 s_i (n 个)共计 $4n$ 个未知数。其次, 考察已知方程数: 通过第7节的基点法可以建立 $2n$ 个方程; 根据修正分层总和法以及各桩桩侧阻力分布特性能够建立各桩桩顶沉降与桩顶荷载的关系方程, 共计 n 组方程, 其形式如下:

$$s_i = f_i(P_1, P_2, P_3 \cdots P_n) \quad (i=1, 2, 3 \cdots n) \quad (30)$$

式中 s_i 为第 i 根桩的桩顶沉降; $P_1, P_2, P_3 \cdots P_n$ 分别为各桩分担的荷载。

根据荷载协调关系可得如下方程:

$$\sum_{i=1}^n P_i = P \quad (31)$$

式中 P 为群桩基础承担的总荷载。

由此得到了 $3n+1$ 个方程, 显然, 与未知数相比尚差 $n-1$ 个方程, 不能求解, 必须补充 $n-1$ 个方

程。

一般情况下, 需要将承台按弹性地基上的板考虑, 建立荷载变形关系, 根据板、桩荷载、变形协调关系提供相应的 $n-1$ 个方程, 从而, 给出完备解。对于两种特殊情况, 不通过求解承台变形也可以建立完整的方程组, 求出群桩的最终解, 其结果, 包括各桩承担的荷载、各桩沉降、各桩侧阻力分布等。

7.1 绝对柔性群桩承台

在这种情况下, 群桩中各桩分担的荷载均相等, 可以提供 $n-1$ 个方程。

$$P_1 = P_2 = \dots = P_n \quad (32)$$

式中 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 分别为各桩分担的荷载。

上述方程要采用迭代法求解。其迭代步骤为:

(1) 首先给各桩的荷载分配系数 $(\alpha_i)_0$, $(\beta_i)_0$ ($2n$ 个) 设定初值; (2) 根据式 (12) ~ (15) 计算群桩基础内任意点处的附加应力; (3) 根据修正分层总和法, 计算与 A_i , B_i , O_i 三点相对应的土体沉降量; (4) 由桩土变形协调关系, 确定各桩 A_i , B_i , O_i 的变形, 并代入式 (25) ~ (29) 计算出经一次迭代后计算出的各桩荷载分配系数 $(\alpha_i)_1$, $(\beta_i)_1$ ($2n$ 个); (5) 比较 $(\alpha_i)_0$, $(\beta_i)_0$ 和 $(\alpha_i)_1$, $(\beta_i)_1$ 的关系, 若两者接近, 则可以停止迭代, 若差别较大, 则按上述步骤继续迭代, 直到前后两次得到的荷载分配系数满足要求为止。(6) 由此计算得到的各桩荷载分配系数, 即为各桩实际的荷载分配情况; 进而, 可以计算群桩的沉降、各桩荷载分配特性、各桩沉降等。

7.2 绝对刚性桩承台

在这种情况下, 群桩中各桩的沉降量均相等, 可以提供 $n-1$ 个方程。

$$s_1 = s_2 = \dots = s_n \quad (33)$$

式中 $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ 分别为各桩桩顶沉降量。

在这两种情况下, 可以建立由 $4n$ 个方程组成的方程组, 从而求出 $4n$ 个未知数。

这种情况也要通过迭代法才能求解, 但迭代过程与上述情况有所不同。其相应的迭代步骤为: (1) 将各桩分担的荷载赋予初值 $(P_i)_0$ (可假设各桩荷载均匀分配, 即 $(P_i)_0 = P/n$) 以及各桩荷载分配系数赋初值 $(\alpha_i)_0$, $(\beta_i)_0$, 并将其作为迭代参数; (2) 根据式 (12) ~ (15) 计算群桩基础内任意点处的附加应力; (3) 根据修正分层总和法, 计算与 A_i , B_i , O_i 三点相对应的土体沉降量, 以及各桩桩端土层的沉降量; (4) 由桩-土变形协调关系, 确定各桩 A_i , B_i , O_i 的变形, 并代入式 (25) ~ (29) 得到 $2n$ 个方程组 (含第一次的迭代参数 $(\alpha_i)_1$, $(\beta_i)_1$ 以及 $(P_i)_1$); (5) 由于各桩沉降相等, 而单桩总沉降

由桩身变形量和桩底土层的沉降量之和组成, 因此, 各桩桩底土层的沉降量之差应等于对应两桩桩身压缩量之差, 由此建立 $n-1$ 个方程组 (注: 各桩桩底土层沉降量由迭代参数的初值确定, 而桩身变形量由第一次迭代参数确定); (6) 由步骤 (4), (5) 组成联立方程组, 可计算出第一次迭代参数 $(P_i)_1$ ($n-1$ 个) 和 $(\alpha_i)_1$, $(\beta_i)_1$ ($2n$ 个); (7) 比较前后两次迭代参数的关系, 如满足要求, 则停止迭代, 否则, 继续按上述过程进行下一步迭代运算, 直到满足停止迭代的要求为止; (8) 得到了各桩荷载分配系数以及各桩分担荷载之后, 即可求出各桩沉降。

8 工程算例

以中国建筑科学研究院等单位在济南洛口镇所作的大比例尺钻孔灌注桩模型试验资料为例^[11], 采用本文方法给予验算, 并与实测资料进行比较。具体情况介绍如下:

场地条件为: 地表至 8.0 m 深度范围内为均质粉砂, 8.0 m 以下为流-软塑的粉质粘土, 地表水在 8.0 m 左右, 各土层主要物理力学指标见表 1。

表 1 各土层的主要物理力学指标
Table 1 Main physico-mechanical indexes

土层名称	深度 /m	含水量 $\omega/\%$	孔隙比 e	重度 $\gamma/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	内摩擦角 $\varphi/^\circ$	内聚力 c/kPa	压缩系数 a_{1-2}	压缩模量 E_s/MPa
粉砂	8.0	25.3	0.70	19.1	35.5	4.0	0.116	17.0

钻孔桩桩径为 25 cm, 桩长为 4.5 m, 桩身弹性模量为 23 GPa, 承台为正方形, 边长为 1.75 m。各桩在承台下的布置情况见图 6。

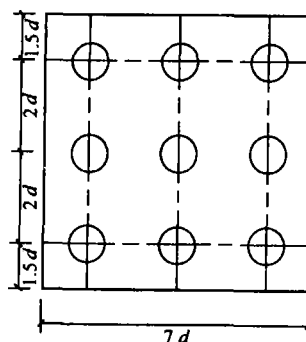


图 6 各桩布置情况

Fig.6 Distribution diagram of pile in group piles foundation

由于原资料中未提供各层土的 Duncan-Chang 本构关系的相关参数, 为采用本文理论计算, 根据文献[11]提供的参数, 给各土层赋予相应的模型参数见表 2。

表2 各土层的 Duncen-Chang 的模型参数
Table 2 Model parameters of soil on
Duncen-Chang model

土层名称	K/kPa	n	R_f	$\phi/(^{\circ})$	c/kPa	G	F	D
粉砂	7 500	0.66	0.65	35.5	4.0	0.40	0.15	5
粉质粘土	3 500	0.50	0.80	24.0	15.0	0.45	0.12	5

本文将承台看成刚性承台,因此,各桩的沉降量相等。根据荷载及结构对称性,4根角桩分担的荷载应相同,4根边中桩分担的荷载也应相同,这样,可以大大减少迭代计算的工作量。限于篇幅,本文仅给出群桩基础理论计算的荷载-沉降曲线(见图7),从计算结果看,在荷载初期,二者吻合得较好,随着荷载的增大,在加载1500 kN之后,二条曲线出现了一些偏差,计算值大于实测值。其主要原因有二:(1)本文未考虑群桩承台分担的荷载,因为,随着荷载的增加,承台分担的荷载也会逐步增大;(2)文献提供的计算参数有限,特别是未提供各层土的弹性非线性模型的参数,计算中使用的

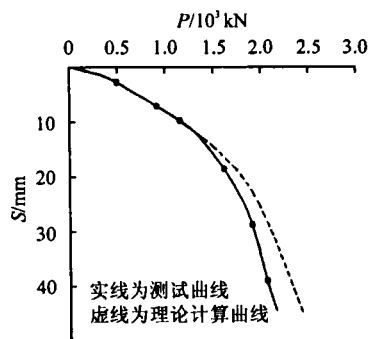


图7 群桩基础荷载-沉降关系曲线
Fig.7 Loading-settlement relationship of
group piles foundation

参数均为假设值。当然,本文方法完全可以考虑群桩承台分担荷载情况,从而,可以有效地解决由于第一个原因造成的偏差,关于其它内容,诸如群桩效应、桩侧阻力分配特性等,作者将另文阐述。

9 结 论

在已有弹性理论计算群桩沉降的基础上,作了较大的改进:采用 Geddes 三向应力解,并通过叠加原理考虑各桩之间的相互影响,用来确定外荷载作用下群桩基础内任意点处的三向应力状态;引入

Duncen-Chang 弹性非线性本构模型,计及土体的非线性特性;采用修正分层总和法,计算群桩内任意点处的沉降量;将分析单桩荷载分配系数的基点法引入群桩之中,并根据荷载、变形协调关系建立方程组,考虑了两种特殊情况下的群桩问题的求解。本文方法能考虑群桩之间的相互影响。土体的非线性特性和成层分布特性,能计及土体侧向变形对其沉降的影响,计算结果包括:群桩中各单桩承担的荷载大小、各桩侧阻力分布、各桩沉降以及群桩荷载-沉降特性。

参 考 文 献

- [1] 杨敏,王伯钧. 使用 Geddes 应力系数求解单桩沉降[J]. 同济大学学报, 1997, 35 (4): 379-385.
- [2] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design[M]. New York: John wiley & sons, 1980.
- [3] 董建国,赵锡宏. 箱(筏)基础沉降计算方法的探讨[A]. 全国地基基础新技术学术会议论文集(上)[C]. 北京: 中国建筑工程出版社, 1989. 304-309.
- [4] 董建国,赵锡宏. 桩箱(筏)基础沉降计算新方[J]. 岩土工程学报, 1996, 18 (1): 80-84.
- [5] 何思明. 群桩沉降计算的简易理论[J]. 地基处理, 2001, 12 (1): 44-48.
- [6] Geddes J D. Stress in foundation soils due to vertical subsurface load[J]. Geotechnique, 1966, 16: 231-255.
- [7] Poulos H G, Davis E H. Elastic solution for soil and rock mechanics[M]. New York: John wiley & sons, 1974.
- [8] 吴家龙. 弹性理论[M]. 上海: 同济大学出版社, 1984. 13-25.
- [9] 何思明. 单、群桩沉降计算理论及其应用[博士学位论文 D]. 成都: 四川大学, 1999.
- [10] 刘金砺,袁振隆. 群桩承台土反力性状和有关设计问题[A]. 第五届全国土力学地基基础学术会议论文集[C]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987, 393-399.
- [11] 屈智炯. 土的塑性力学[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987.